Для эллипса и гиперболы субнормаль (если принять центр кривой за начало координат) равна соответственно $\mp\frac{b^2}{a^2}x$, и наше уравнение примет тогда вид:

$$\left(1\mp\frac{b^2}{a^2}\right)xy-x_1y\pm\frac{b^2}{a^2}y_1x=0.$$

Если (x_1, y_1) дана, то точка (x, y) будет в обоих случаях лежать на гиперболе; точки пересечения этой гиперболы и данной кривой будут основаниями нормалей, проведенных из точки (x_1, y_1).

Аполлоний пользуется как раз этим способом определения нормали, чтобы рассмотреть подробно, сколько нормалей можно провести из различных точек плоскости. При обсуждении этого вопроса главная цель его — найти те точки (x_1, y_1), соответствующие гиперболы которых касательны к данной кривой; действительно, геометрическое место этих точек является границей между двумя такими областями плоскости, что из точек одной можно провести двумя нормалями больше, чем из точек другой. Отыскивая условия вышеназванного касания, Аполлоний находит, как можно определить ординату какой-нибудь точки этого геометрического места, зная ее абсциссу. Кривая представляет то, что теперь называют *разверткой* конического сечения; но ни у Аполлония, ни у другого какого-нибудь древнего автора нет — за исключением приведенного только что места — никакого специального исследования по этому вопросу.

26. Вычислительная геометрия. На примере того, что мы назвали интегрированиями Архимеда, на примере аполлониевой теории конических сечений и сделанных из нее греками приложений к решению вопросов, зависящих, выражаясь языком нашего анализа, от уравнений третьей и четвертой степени, мы можем убедиться, до какой высоты древние подняли геометрию, а также другие разрабатывавшиеся ими области математики, облеченные в геометрическую форму. Мы видели также, с какой строгостью стремились обеспечить всеобщую значимость математики. Но наряду с этим нам пришлось не раз указывать на то, что под влиянием этого стремления к общезначимым результатам древние обращали слишком мало внимания на развитие вычисления, благодаря которому математика и могла только получить практическое приложение.

Разумеется, древние не пренебрегали совершенно этой стороной дела: они продолжали применять к измерению земли геометрические предложения, заимствованные у египетских землемеров, прибавив к этому еще ряд простейших, открытых ими самими теорем. Было бы, разумеется, нелепо допустить, что проницательные математики, сумевшие придать полученным ими результатам столь общую форму, не понимали практического значения этих результатов, в частности, для решения представлявшихся в практике числовых проблем. Ученые, разработавшие столь утонченную теорию пропорций, не могли, конечно, не знать, как решаются, скажем, задачи на простое или сложное тройное правило.